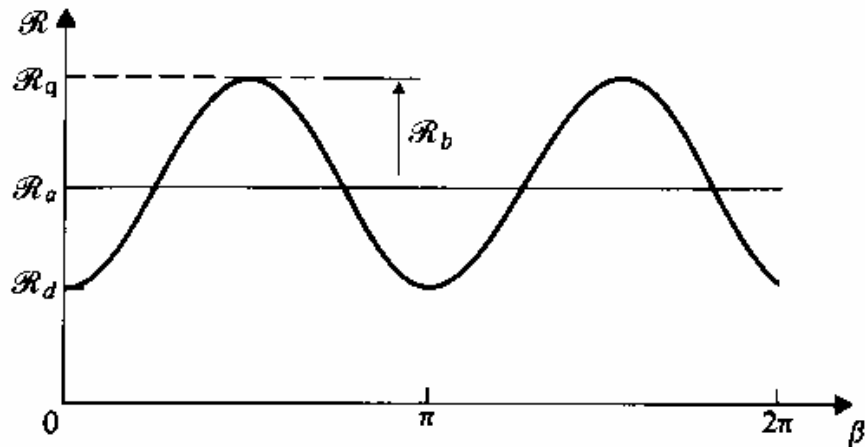
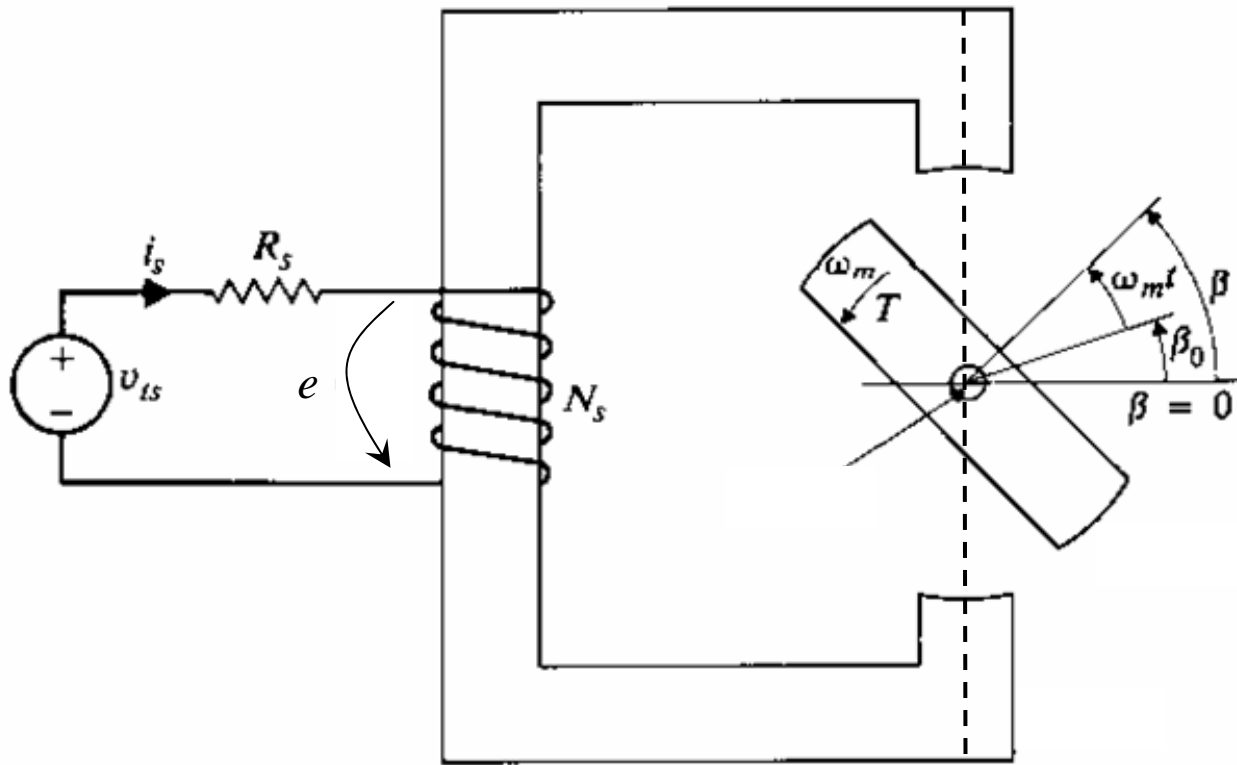


$$\mathcal{R}(\beta) = \mathcal{R}_{\text{med}} - \frac{\mathcal{R}_{\text{pp}}}{2} \cdot \cos 2\beta$$

$$\mathcal{R}_{\text{med}} = \frac{\mathcal{R}_{\text{max}} + \mathcal{R}_{\text{min}}}{2}$$

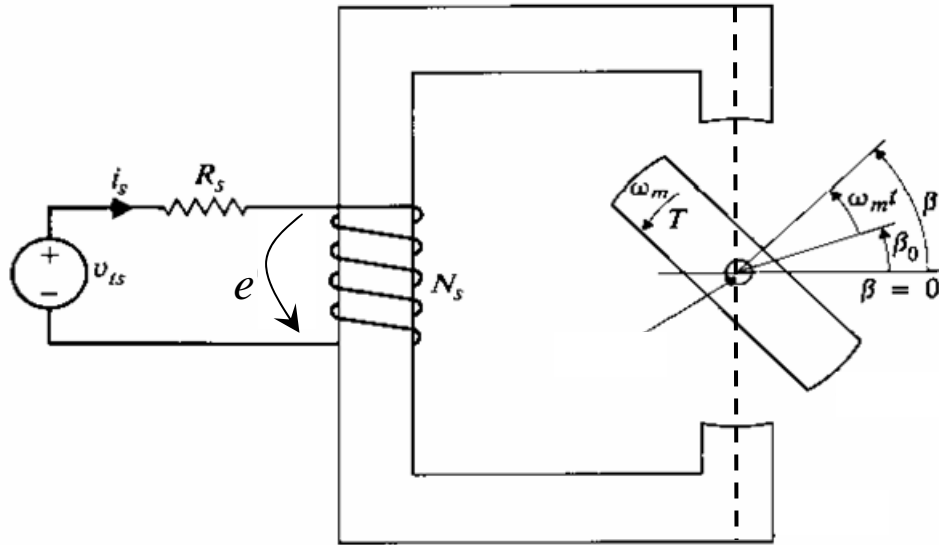
$$\mathcal{R}_{\text{pp}} = \mathcal{R}_{\text{max}} - \mathcal{R}_{\text{min}}$$



$$\mathcal{R}(\beta) = \mathcal{R}_a - \mathcal{R}_b \cos 2\beta$$

$$\mathcal{R}_a = \frac{\mathcal{R}_q + \mathcal{R}_d}{2}; \quad \mathcal{R}_b = \frac{\mathcal{R}_q - \mathcal{R}_d}{2};$$

$$\frac{d\mathcal{R}}{d\beta} = 2\mathcal{R}_b \sin 2\beta$$

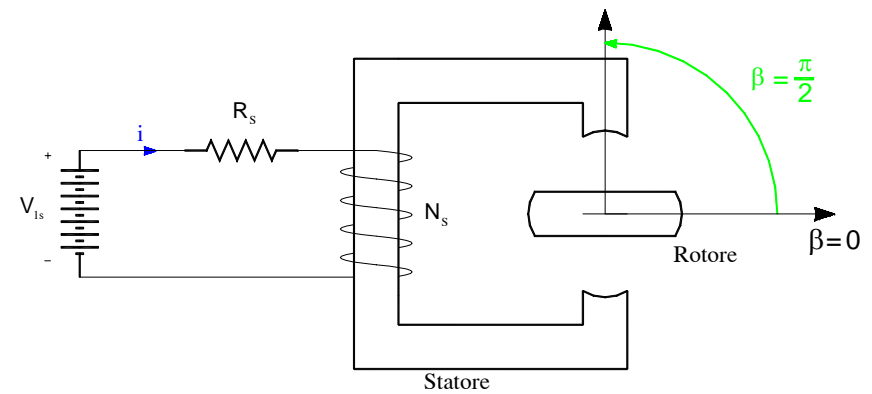
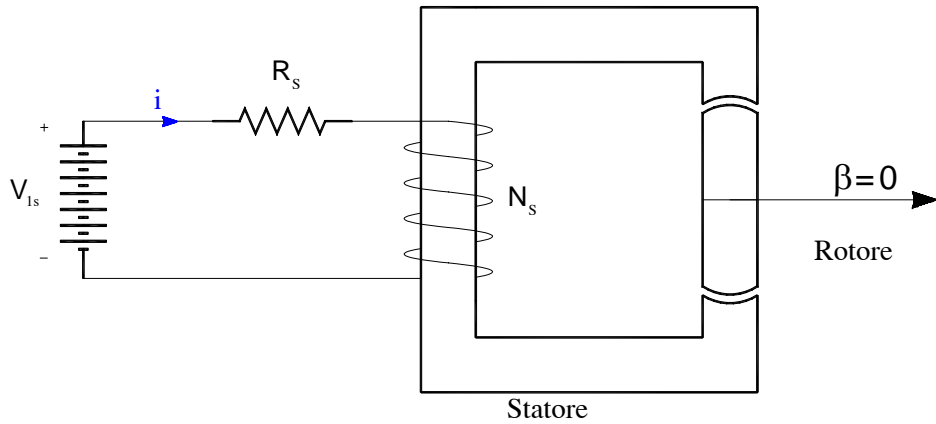


$$dW_m = Td\beta \quad \lambda = Li; \quad L = N^2\Gamma;$$

$$T = - \left. \frac{dW_M}{d\beta} \right|_{\lambda=\text{const}} = - \frac{1}{2} \frac{d}{d\beta} \left( \frac{\lambda^2}{L(\beta)} \right) = - \frac{1}{2} \phi \frac{d}{d\beta} [\mathfrak{R}(\beta)]$$

$$T = - \frac{1}{2} \phi^2 \frac{d\mathfrak{R}(\beta)}{d\beta}$$

$$T = \left. \frac{dW_c}{d\beta} \right|_{i=\text{const}} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\beta)}{d\beta}$$



$$T = -\frac{1}{2} \phi^2 \frac{d\mathcal{R}}{d\beta} = -\phi^2 \mathcal{R}_b \sin 2\beta$$

$$\text{se } T_L = 0 \quad T = 0 \quad \sin 2\beta = 0$$

$$2\beta = k\pi$$

$\beta=0$  equilibrio stabile

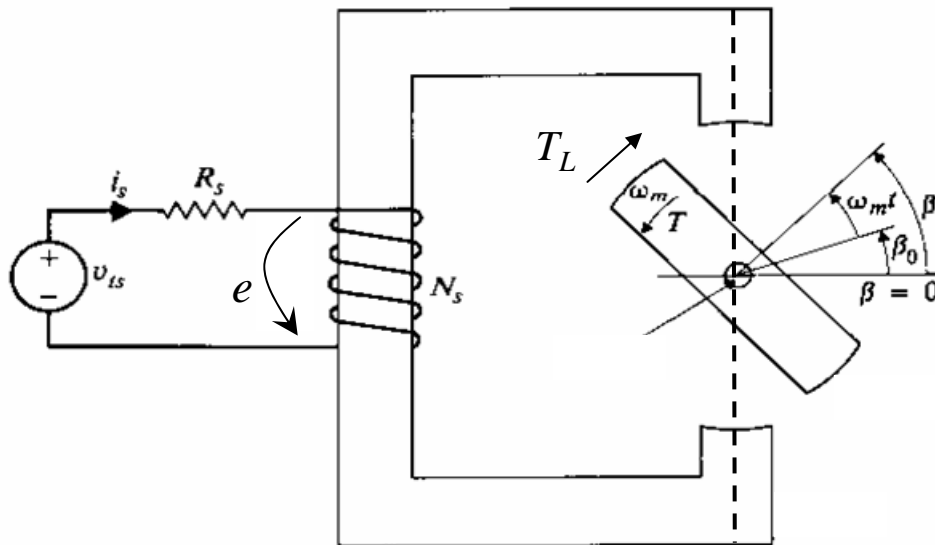
$\beta=\pi/2$  equilibrio instabile

## Ipotesi:

comportamento lineare del sistema magnetico

Tensione di alimentazione costante

Coppia di carico applicata  $T_L$  costante



$$v_{st} = R_s i_s - e;$$

$$T + T_L = J \frac{d\omega_m}{dt};$$

**Analisi del funzionamento a regime**

$$i_s = I_s = \frac{v_{ts}}{R_s}$$

$$T = T_L = \frac{1}{2} I_s^2 \frac{dL}{d\beta}$$

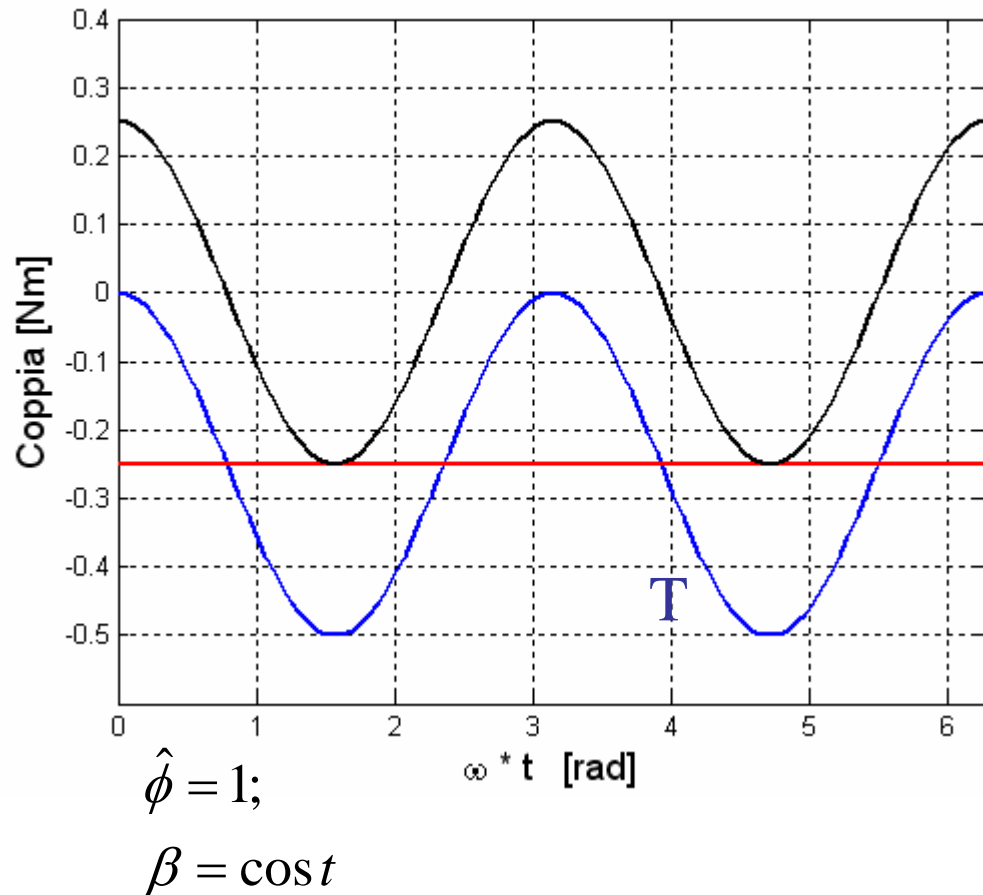
Il sistema tenderà ad assumere una configurazione di equilibrio stabile per l'angolo  $\beta$  per il quale la coppia di carico è perfettamente equilibrata dalla coppia sviluppata dal sistema .

**Ipotesi:**

**comportamento lineare del sistema magnetico**

**Tensione di alimentazione sinusoidale**

**Coppia di carico applicata  $T_L$  costante**



$$v_{ts} = \sqrt{2}V \cos \omega t$$

$$v_{ts} = -e = N_s \frac{d\phi}{dt}$$

$$\phi = -\frac{\sqrt{2}V}{N_s \omega} \sin \omega t = -\hat{\phi} \sin \omega t$$

$$T = -\frac{1}{2} \phi^2 \frac{d\mathcal{R}}{d\beta} = -\frac{1}{4} \hat{\phi}^2 [1 - \cos 2\omega t] \frac{d\mathcal{R}}{d\beta}$$

$$T = \bar{T} + \tilde{T}$$

$$\tilde{T}(t, \beta) = \frac{1}{4} \hat{\phi}^2 \cos 2\omega t \frac{d\mathcal{R}}{d\beta}$$

$$\bar{T}(\beta) = -\frac{1}{4} \hat{\phi}^2 \frac{d\mathcal{R}}{d\beta}$$

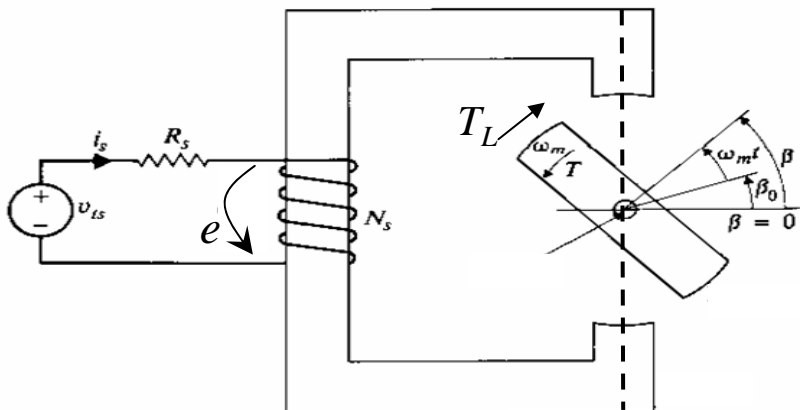
$$T_{media} = -\frac{1}{4} \hat{\phi}^2 \frac{d\mathcal{R}}{d\beta} = T_L$$

**Ipotesi:**

**comportamento lineare del sistema magnetico**

**Tensione di alimentazione sinusoidale**

**Rotore in moto ad una velocità costante  $\omega_m$**



$$\omega_m = \frac{d\beta}{dt} \quad \beta = \omega_m t + \beta_0$$

$$e_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \cong -v_{ts} \quad v_{ts} = \sqrt{2}V \cos \omega_s t$$

$$\phi = -\hat{\phi} \sin \omega_s t$$

$$T = -\frac{1}{2} \hat{\phi}^2 \frac{d\mathfrak{R}}{d\beta} = -\frac{1}{4} \hat{\phi}^2 [1 - \cos 2\omega_s t] \frac{d\mathfrak{R}}{d\beta}$$

$$T = -\frac{1}{2} \hat{\phi}^2 [1 - \cos 2\omega_s t] \mathfrak{R}_b \sin 2\beta$$

$$T = -\frac{1}{2} \hat{\phi}^2 [1 - \cos 2\omega_s t] \mathfrak{R}_b \sin 2(\omega_m t + \beta_0)$$

**Applicando Werner**

$$T = -\frac{1}{2} \hat{\phi}^2 \mathfrak{R}_b \left[ \sin 2(\omega_m t + \beta_0) - \frac{1}{2} \sin 2(\omega_m t + \omega_s t + \beta_0) - \frac{1}{2} \sin 2(\omega_s t - \omega_m t - \beta_0) \right]$$

**In questa situazione la coppia è mediamente diversa da zero solo se**

$$\omega_m = \omega_s$$

$$T = -\frac{1}{2} \hat{\phi}^2 \mathfrak{R}_b \left[ \sin 2(\omega_s t + \beta_0) - \frac{1}{2} \sin 2(2\omega_s t + \beta_0) + \frac{1}{2} \sin 2\beta_0 \right]$$

$$T_{media} = -\frac{1}{4} \hat{\phi}^2 \mathfrak{R}_b \sin 2\beta_0$$

**La macchina fornisce una coppia mediamente diversa da zero solo quando sono verificate le condizioni di sincronismo tra alimentazione e sistema meccanico. In particolare la macchina converte energia elettrica in energia meccanica quando  $T_{media} > 0$ , mentre eroga potenza elettrica quando  $T_{media} < 0$ .**

## Valutazione della corrente

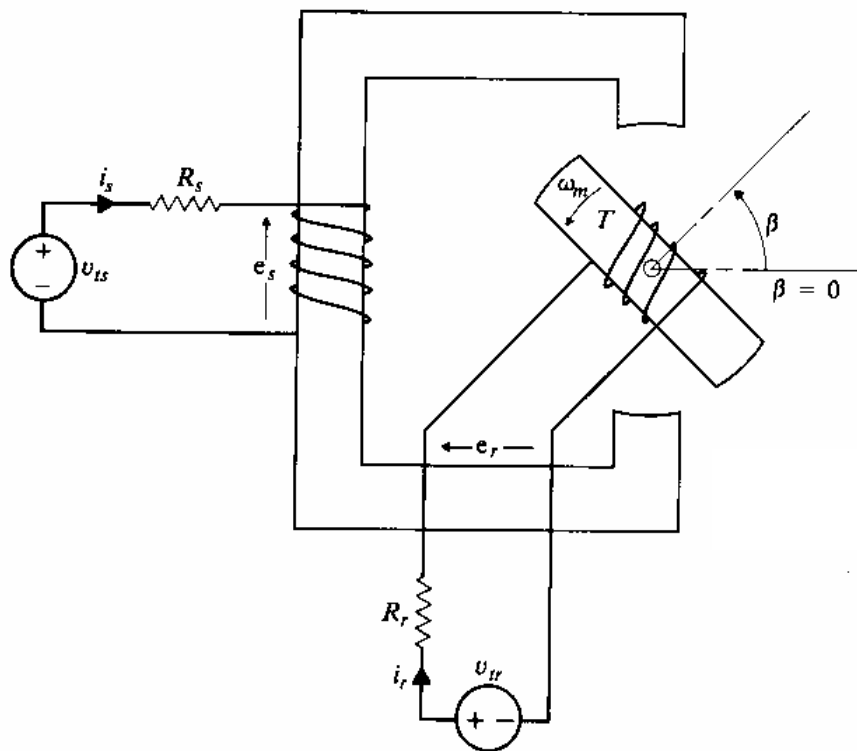
**La corrente può essere determinata tramite la legge di Ohm magnetica**

$$fmm = \mathfrak{R} \phi \Rightarrow i = \frac{\mathfrak{R}}{N_s} \phi = -\frac{\hat{\phi}}{N_s} \sin \omega_s t [\mathfrak{R}_a - \mathfrak{R}_b \cos 2\beta]$$

$$i = -\frac{\hat{\phi}}{N_s} \sin \omega_s t [\mathfrak{R}_a - \mathfrak{R}_b \cos 2(\omega_m t + \beta_0)]$$

$$i = -\frac{\hat{\phi} \mathfrak{R}_a}{N_s} \sin \omega_s t + \frac{\hat{\phi} \mathfrak{R}_b}{2N_s} \sin(\omega_s t + 2\beta_0) + \frac{\hat{\phi} \mathfrak{R}_b}{2N_s} \sin(3\omega_s t + 2\beta_0)$$

**La corrente circolante nella macchina contiene una terza armonica. Questa non è una condizione desiderabile nelle macchine elettriche generatrici, per tal ragione questo tipo di macchina viene utilizzato solo per applicazioni da motore**



$$dW_e = dW_m + dW_M$$

$$dW_e = -(e_s i_s dt + e_r i_r dt)$$

Valutazione dell'energia magnetica

$$dW_m = 0$$

$$dW_e = dW_M$$

$$dW_e = -e_s i_s dt - e_r i_r dt = dW_M$$

Ipotizziamo che la magnetizzazione della macchina avvenga in due fasi

Prima fase  $i_r = 0$   $i_s$  da zero a  $i_s$

Seconda fase  $i_s = i_s$   $i_r$  da zero a  $i_r$

$$\lambda_s = L_{ss}i_s + L_{sr}i_r \quad e_s = -\frac{d\lambda_s}{dt}$$

$$\lambda_r = L_{rs}i_s + L_{rr}i_r \quad e_r = -\frac{d\lambda_r}{dt}$$

$$dW_{e1} = -e_s i_s dt = L_{ss} i_s di_s$$

$$W_{e1} = \int_0^{i_s} L_{ss} i_s di_s = \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2$$

$$e_s = -\frac{d(L_{ss}i_s + L_{sr}i_r)}{dt}; \quad e_r = \frac{d(L_{rs}i_s + L_{rr}i_r)}{dt}$$

$$dW_{e2} = -e_s i_s dt - e_r i_r dt = L_{sr} i_s di_r + L_{rr} i_r di_r$$

$$W_{e2} = \int_0^{i_r} L_{sr} i_s di_r + L_{rr} i_r di_r = L_{sr} i_s i_r + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2$$

$$W_M = \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2 + L_{sr} i_s i_r + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2$$

## Potenza elettrica istantanea assorbita

$$v_{ts} = R_s i_s + \frac{d\lambda_s}{dt} = R_s i_s + \frac{d(L_{ss}i_s + L_{sr}i_r)}{dt}$$

$$v_{tr} = R_r i_r + \frac{d\lambda_r}{dt} = R_r i_r + \frac{d(L_{rs}i_s + L_{rr}i_r)}{dt}$$

$$p_{es} = i_s \frac{d(L_{ss}i_s + L_{sr}i_r)}{dt}$$

$$p_{er} = i_r \frac{d(L_{rs}i_s + L_{rr}i_r)}{dt}$$

## Potenza magnetica istantanea

$$p_M = \frac{dW_M}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2 + L_{sr} i_s i_r + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 \right)$$

## Potenza meccanica istantanea

$$dW_e = dW_m + dW_M$$

$$p_e = p_m + p_M$$

$$P_m = \frac{i_s^2}{2} \frac{dL_{ss}}{dt} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{dt} + \frac{i_r^2}{2} \frac{dL_{rr}}{dt}$$

$$P_m = T \omega_m = T \frac{d\beta}{dt} \Rightarrow T = P_m \frac{dt}{d\beta}$$

$$T = \frac{i_s^2}{2} \frac{dL_{ss}}{d\beta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\beta} + \frac{i_r^2}{2} \frac{dL_{rr}}{d\beta}$$

Coppia di riluttanza

