

ESERCITAZIONE DI MACCHINE ELETTRICHE I

PROF. ING. ALFONSO DAMIANO

SOMMARIO. Nella presente esercitazione, svolta durante il corso di Macchine Elettriche I dell A.A. 2007/2008, viene eseguito il dimensionamento di massima di un trasformatore monofase di piccola taglia. Obiettivo didattico è quello di mettere in evidenza il legame esistente tra le caratteristiche costruttive del trasformatore e i parametri circuitali descrittivi.

1. DIMENSIONAMENTO DI UN TRASFORMATORE MONOFASE

Sviluppare il dimensionamento di massima di un trasformatore monofase aventi le seguenti caratteristiche:

- Potenza Apparente nominale: 3000 VA
- Tensione Nominale primaria 220 V
- Tensione Nominale secondaria 40 V
- frequenza nominale 50 Hz
- Corrente a vuoto inferiore al 10 %
- Tensione di corto circuito inferiore a 8%

Determinare sulla base delle scelte progettuali effettuate i dati di targa del trasformatore e il suo circuito equivalente

2. DIMENSIONAMENTO DEL NUCLEO FERROMAGNETICO

Il parametro fondamentale per il dimensionamento di una qualsiasi macchina elettrica è la potenza nominale.

Tale dato viene utilizzato nel dimensionamento di massima del trasformatore per valutare il valore della sezione di ferro della colonna. Semplici considerazioni sull'espressione della potenza, sulla tensione indotta e la corrente permettono di determinare la relazione che lega la sezione di ferro della colonna con la potenza e la frequenza :

$$(2.1) \quad S_{fe} = \frac{\hat{\Phi}_m}{\hat{B}} = C \sqrt{\frac{A_n}{f}}$$

dove

S_{fe} : è la sezione in ferro del nucleo ferromagnetico;

Date: 16 Ottobre 2007.

- $\hat{\Phi}_m$: è il flusso massimo concatenato con la singola spira;
 \hat{B} : è il valore massimo di induzione nel nucleo ferromagnetico.
 C : è un parametro costruttivo
 A_c : è la potenza nominale associata alla colonna del trasformatore
 f : è la frequenza nominale del trasformatore

Nel caso in esame si ipotizza di utilizzare una configurazione con nucleo ferromagnetico a colonna pertanto la potenza di colonna risulta pari alla potenza nominale della macchina e l'espressione di dimensionamento assume la forma:

$$(2.2) \quad S_{fe} = C \sqrt{\frac{A_n}{f}}$$

Il valore del parametro C nei trasformatori attualmente realizzati oscilla tra $4 \cdot 10^{-4} \div 6 \cdot 10^{-4} [m^2 J^{-\frac{1}{2}}]$.

Applicando la relazione 2.2 al caso in esame si ottiene come campo di variazione della sezione di ferro

$$S_{fe} = 4 \Leftrightarrow 6 \sqrt{\frac{3000}{50}} = 30.98 \Leftrightarrow 46.47 [cm^2]$$

Un parametro di riferimento nel dimensionamento dei trasformatori è il diametro della circonferenza che inscritte la sezione di colonna. Infatti le sezioni di colonna dei trasformatori assumono delle forme diverse a seconda della taglia, dell'utilizzo e della qualità costruttiva del trasformatore. Le caratteristiche costruttive delle sezioni del trasformatore sono sempre riferite al diametro della circonferenza che le inscritte. La sezione ad esso associata è denominata sezione geometrica di colonna S_{ge} .

Altre caratteristiche costruttive quali l'altezza della colonna e l'interasse tra le colonne sono riferite al diametro della circonferenza che inscritte la sezione di colonna.

Per determinare tale parametro si possono seguire due procedure progettuali:

- definire la tipologia di sezione di colonna e quindi il fattore di utilizzazione e il fattore di stipamento e risalire alla sezione geometrica e quindi al diametro
- utilizzare la relazione 2.3

$$(2.3) \quad D = \sqrt[4]{\frac{A_n}{C_p}}$$

dove C_p è un parametro costruttivo denominato coefficiente di potenza che oscilla tra $4 \cdot 10^{-4} \Leftrightarrow 6,5 \cdot 10^{-4} [\frac{kVA}{cm^{-4}}]$

Applicando quest'ultima relazione al caso in esame si ottiene un campo di variazione ammissibile del diametro

$$D = \sqrt[4]{\frac{3}{4 \Leftrightarrow 6,5 \cdot 10^{-4}}} = 9.3 \Leftrightarrow 8.24 [cm]$$

a cui corrisponde una superficie geometrica pari a

$$S_{ge} = \frac{\pi D^2}{4} = 68 \Leftrightarrow 53.3 [cm^2]$$

Per poter definire le dimensioni del diametro occorre confrontare i due metodi di calcolo e pertanto occorre definire la tipologia di sezione di colonna del trasformatore da utilizzare. Si ipotizza di utilizzare una sezione di colonna del trasformatore ad un solo gradino caratterizzata da un fattore di riempimento k_r del 78.8% e da un fattore di stipamento k_s dei lamierini pari al 92 %. Si ipotizza di utilizzare un lamierino in acciaio al silicio isotropo di cui è nota la caratteristica magnetica.

Per valutare il campo di variazione del diametro calcolato secondo la relazione 2.1 è necessario determinare la sezione geometrica.

$$S_{ge} = \frac{S_{fe}}{k_s k_r} = 42.73 \Leftrightarrow 64.1 [cm^2]$$

Da cui si ricava il campo di variazione del diametro della sezione geometrica.

$$D_c = \sqrt{\frac{4 S_{ge}}{\pi}} = 7.3 \Leftrightarrow 9.1 [cm^2]$$

Il confronto tra i due campi di variazione consente di restringere il campo di variazione e di definire il valore del diametro della sezione geometrica che è stato imposto pari a **9 cm**.

Noto il diametro del trasformatore e nota la classe di potenza della macchina è possibile definire la struttura del trasformatore e quindi determinarne le dimensioni geometriche fondamentali.

La struttura scelta di sezione di colonna è caratterizzata dall'utilizzo di un solo gradino pertanto i valori caratteristici riportati in figura ?? consentono di determinare le dimensioni caratteristiche a e b pari rispettivamente a $7.65 cm$ e $4.73 cm$

Per quanto riguarda la sezione del nucleo ferromagnetico S_{fe}^c essa sarà pari a:

$$S_{fe}^c = k_f k_s S_{ge} = 46.11 [cm^2]$$

Noto il valore della sezione di ferro è possibile determinare il valore del flusso massimo concatenato con ogni singola spira $\hat{\phi}$. Infatti per questa categoria di trasformatori il valore di induzione massima \hat{B} utilizzato oscilla tra 1 e 1.2 T. In

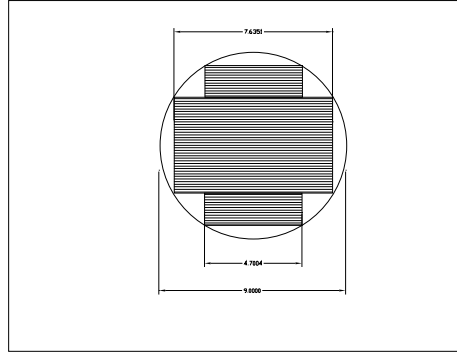


FIGURA 1. Sezione di colonna del trasformatore

questo caso verrà scelto un valore di induzione massimo pari a un tesla. Pertanto il flusso massimo sarà pari a

$$\hat{\phi} = \hat{B} S_{fe} = 46.11 \cdot 10^{-4} [Wb]$$

Il valore efficace della tensione indotta per spira V_{sp} è pari a

$$V_{sp} = \sqrt{2} \pi f \hat{\phi} = 1.02 [V]$$

Pertanto il numero di spire necessarie alla realizzazione del primario e del secondario sarà pari a

$$N_1 = \frac{V_{1n}}{V_{sp}} = 215.7 \longrightarrow 216$$

$$N_2 = \frac{V_{2n}}{V_{sp}} = 39.21 \longrightarrow 39$$

2.1. Dimensionamento delle dimensioni dell'avvolgimento elettrico

. Per definire il valore dell'altezza della colonna è necessario definire la struttura del trasformatore e degli avvolgimenti. Si ipotizza di realizzare il trasformatore con una struttura di nucleo ferromagnetico a colonna e si ipotizza di realizzare i due avvolgimenti concentrici con l'avvolgimento di bassa tensione interno e l'avvolgimento di alta tensione sull'esterno.

Per definire la sezione dei conduttori è necessario definire il valore di densità di corrente σ . Questo è strettamente correlato al tipo di raffreddamento utilizzato nella macchina. Visto il campo di potenza della macchina, il tipo di raffreddamento

sarà a convenzione naturale in aria. Pertanto, il valore di densità di corrente sarà pari a $2A/mm^2$.

La sezione dei conduttori al primario e al secondario sarà quindi determinabile dal valore della corrente nominale pari a

$$I_{1n} = \frac{A_n}{V_{1n}} = \frac{3000}{220} = 13.63 [A]$$

$$I_{2n} = \frac{A_n}{V_{2n}} = \frac{3000}{40} = 75 [A]$$

La sezione di spira dell'avvolgimento secondario sarà quindi pari a:

$$S_{sp2}^{cu} = \frac{I_{2n}}{\sigma} = \frac{75}{2} = 37.5 [mm^2]$$

Le dimensioni commerciali disponibili che consentono di realizzare la sezione richiesta sono:

- (1) due fili circolari collegati in parallelo di diametro \varnothing pari a $4.9 mm$ e sezione complessiva pari a $37.72 mm^2$;
- (2) due piattine a spigoli arrotondati collegate in parallelo di sezione $5 \times 4 mm^2$ e sezione complessiva pari a $39.6 mm^2$

Considerando la seconda ipotesi, è possibile calcolare l'altezza dell'avvolgimento di bassa tensione ipotizzando che esso sia costituito da un solo strato, con le piattine disposte secondo la dimensione maggiore parallela all'asse della colonna. Lo spessore dello smalto isolante è pari a circa $0.3 mm$, pertanto la dimensione della piattina è pari a 5.6×4.6 . Lo spessore Δ_{cu}^2 dell'avvolgimento tenuto conto del parallelo delle due piattine sarà pari a $9.2 mm$.

Sotto tale ipotesi essendo h_p l'altezza della piattina, l'altezza dell'avvolgimento sarà pari a:

$$H_c = N_2 h_p = 39 \cdot 5.6 = 218.4 [mm]$$

considerando la relazione che lega la densità lineare di corrente Θ_{ass} alle dimensioni geometriche del trasformatore:

$$(2.4) \quad \Theta_{ass} = \frac{N I}{H_c} = C_{ha} \sqrt{\hat{\phi}}$$

dove C_{ha} è una costante costruttiva che può variare tra 1400 e 2500, è possibile verificare se l'altezza dell'avvolgimento è compatibile con le dimensioni del trasformatore.

Nel caso in esame la densità lineare di corrente lungo l'asse della colonna è pari a

$$\Theta_{ass} = \frac{39 \cdot 75}{21.84} = 134 [A cm^{-1}]$$

il valore della costante C_{ha} è pari a

$$C_{ha} = \frac{\Theta_{ass}}{\sqrt{\hat{\phi}}} = \frac{134}{\sqrt{46.11 \cdot 10^{-4}}} = 1973 [A \text{ cm}^{-1} \text{ Wb}^{-0.5}]$$

Esso risulta all'interno del campo di variabilità ammesso. Inoltre il valore di altezza di avvolgimento definito è compatibile con il campo di variazione del rapporto tra l'altezza di colonna e il diametro di colonna indicato in letteratura.

$$(2.5) \quad \frac{H_c}{D_c} = 2.5 \iff 4$$

Definita l'altezza dell'avvolgimento, l'altezza della colonna del trasformatore sarà pari alla somma dell'altezza dell'avvolgimento più gli eventuali isolamenti, se questi sono richiesti.

Seguendo la stessa procedura è possibile definire la struttura dell'avvolgimento di alta tensione.

$$S_{sp1}^{cu} = \frac{I_{1n}}{\sigma} = \frac{13.63}{2} = 6.81 [mm^2]$$

il conduttore scelto per la realizzazione dell'avvolgimento di alta tensione è caratterizzato da una sezione circolare di diametro \varnothing pari a 3 mm . Considerando una smalto di 0.1 mm si ottiene un avvolgimento della stessa altezza di quello di bassa tensione con un numero di strati pari a tre. Pertanto lo spessore Δ_{cu}^1 dell'avvolgimento di alta tensione risulta pari a 9.3 mm .

Tra l'avvolgimento di bassa ed alta tensione viene interposto come materiale isolante uno strato di carta impregnata di olio dello spessore di 1 mm . L'avvolgimento viene rivestito di uno stato di materiale isolante dello spessore di 5 mm .

Le dimensioni del nucleo sono quindi tutte definite. Infatti la dimensione della finestra risulta pari a 23 cm di altezza per 3 cm di larghezza. L'interasse tra le colonne risulta pari a 12 cm .

3. CALCOLO DELLA CORRENTE A VUOTO

Note le caratteristiche geometriche del nucleo ferromagnetico e le caratteristiche del lamierino utilizzato per la sua realizzazione è possibile determinare il valore della corrente a vuoto del trasformatore e i parametri caratteristici relativi al funzionamento a vuoto.

Dall'analisi delle caratteristiche del lamierino si ricava che per il valore di induzione massimo scelto il lamierino in acciaio al silicio isotropo presenta un valore di intensità di campo H_{fe} pari a 100 A/m . La cifra di perdita del lamierino è pari a 1.3 W/kg e la sua densità γ_{fe} risulta pari a 7800 kg/m^3

Per il calcolo della corrente magnetizzante si utilizza la legge sulla circuitazione magnetica applicata alla linea flusso mediana passante nel nucleo ferromagnetico.

$$(3.1) \quad \int_{\gamma} H \cdot dl = N_1 I_{1\mu}$$

Nel caso in esame il valore della caduta di tensione magnetica, rappresentata dall'integrale curvilineo, è associata ad un percorso che si sviluppa in aria e nel lamierino. La lunghezza del percorso seguito dalla linea di flusso mediana nel ferro è pari a:

$$l_{fe} = 2(H_c + a + I) = 2(23 + 7.65 + 12) = 85. \text{ [cm]}$$

La lunghezza del traferro equivalente, ipotizzando di utilizzare una connessione tra le vari parti del nucleo di tipo interfacciato è pari a 0.2 mm .

Il valore di intensità di campo magnetico nel ferro, determinato dall'analisi delle caratteristiche magnetiche del lamierino, associato al valore massimo di induzione pari ad un tesla è di 100 A/m mentre il valore in aria è pari a $79.5774 \cdot 10^4 \text{ A/m}$. Sulla base di tali indicazioni si ottiene un valore di caduta di tensione magnetica complessiva pari a

$$0.85 \cdot 100 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 79.5774 \cdot 10^4 = 244.15 \text{ [A]}$$

Applicando la relazione 3.1 si ottiene il valore della corrente magnetizzante, $I_{1\mu}$ pari 1.13 A

Per il calcolo delle perdite nel ferro, e quindi della componente attiva della corrente a vuoto, è necessario determinare il peso in del nucleo ferromagnetico che moltiplicata per la cifra di perdita consentirà di stimare le perdite nel ferro.

Dalla dimensioni definite del nucleo si ottiene un volume pari a 3933.2 cm^3 , a cui corrisponde un peso pari a 30.67 kg a cui corrisponde una perdita definita dalla cifra di perdita, essendo il valore di induzione scelto pari a un Tesla. Quindi le perdite nel ferro, P_0 saranno pari a 39.88 W .

Conseguentemente il valore della componente attiva della corrente a vuoto sarà pari a

$$I_{1a} = \frac{P_0}{V_{1n}} = 0.181 \text{ [A]}$$

La corrente a vuoto sarà pertanto pari a

$$I_{10} = I_{1a} - j I_{1\mu} = 0.181 - j 1.13 = 1.144 e^{-j 81^\circ}$$

Da tali dati risulta che il valore della corrente a vuoto risulta pari al 8.39% e la potenza a vuoto pari al 1.33% il valore del fattore di potenza a vuoto, $\cos\varphi_0$, pari a 0.158.

I parametri del circuito equivalente a vuoto possono essere immediatamente determinati. Il valore della resistenza rappresentativa delle perdite nel ferro, R_0 riportato al primario è pari a

$$R_0^1 = \frac{V_{1n}}{I_{1a}} = \frac{220}{0.181} = 1215 [\Omega]$$

il valore della impedenza base al primario risulta pari a 16.133Ω da cui si ricava un valore di R_0 in pu pari a 75.31.

Il valore della reattanza di magnetizzazione, X_m risulta pari a

$$X_m^1 = \frac{V_{1n}}{I_{1\mu}} = \frac{220}{1.13} = 194.7 [\Omega]$$

Da cui si determina un valore della reattanza di magnetizzazione in pu pari a 12.

4. CALCOLO DEI PARAMETRI DI CORTO CIRCUITO

Per il calcolo dei parametri relativi all'impedenza di corto circuito è necessario definire sia la resistenza degli avvolgimenti che il valore della reattanza.

Per il calcolo della resistenza si trascurano in questa fase gli effetti pelle.

Per la valutazione delle resistenze è necessario determinare le lunghezze medie di ciascuna spira, le sezioni e il numero delle spire sono note dal dimensionamento del trasformatore, il valore della resistività ρ è pari a $0.02 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.

Dall'analisi del dimensionamento risulta che il raggio medio di spira al primario risulta pari a 6 cm e che il raggio medio di spira al secondario risulta pari 5.4 cm

Il valore delle resistenze di spira al primario e al secondario saranno pertanto:

$$\begin{aligned} R_{1sp} &= \rho \frac{2\pi r_{1m}}{S_{sp1}} = 1.1 [m\Omega] \\ R_{2sp} &= \rho \frac{2\pi r_{2m}}{S_{sp2}} = 0.17 [m\Omega] \end{aligned}$$

Il valore della resistenza dell'avvolgimento primario e dell'avvolgimento secondario sono quindi pari a

$$\begin{aligned} R_1 &= N_1 R_{1sp} = 216 \cdot 1.1 = 237.6 [m\Omega] \\ R_2 &= N_2 R_{2sp} = 39 \cdot 0.17 = 6.6 [m\Omega] \end{aligned}$$

Il valore della resistenza secondaria riportata al primario risulta pari a

$$R_2^1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot R_2 = 204 [m\Omega]$$

Da questo si può osservare come il valore della resistenza al secondario riportato al primario risulti molto vicino al valore della resistenza primaria.

Il valore della resistenza di corto circuito R_{cc} quindi risulta pari a $441.6 [m\Omega]$. Tale valore espresso in pu mi consente di definire la potenza di corto circuito in pu del trasformatore. Il valore della resistenza di corto circuito in pu R_{cc}^{pu} risulta pari a 0.0274 .

Per il calcolo della reattanza di corto circuito si utilizza una relazione determinata dall'analisi dei flussi di dispersione nel trasformatore.

$$(4.1) \quad X_{cc} = 8.4 \left(\frac{N_1^2 2\pi f R_m}{H_c}\right) \left(\Delta + \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{3}\right) \cdot 10^{-8}$$

dove tutte le grandezze qui di seguito riportate sono espresse in centimetri e rappresentano rispettivamente

- R_m : è il raggio medio degli avvolgimenti
- Δ : è lo spessore compreso tra i due avvolgimenti
- Δ_1 : è lo spessore dell'avvolgimento primario
- Δ_2 : è lo spessore dell'avvolgimento secondario
- H_c : è l'altezza dell'avvolgimento primario e secondario

Nel caso in esame le quantità sopra descritte assumo i seguenti valori:

- R_m : $5.7 [cm]$
- Δ : $0.1 [cm]$
- Δ_1 : $0.93 [cm]$
- Δ_2 : $0.92 [cm]$
- H_c : $21.84 [cm]$

Sostituendo i valori nella relazione 4.1 si ottiene un valore di reattanza di corto circuito, X_{cc} pari a 0.2303Ω .

Il valore dell'impedenza di corto circuito risulta quindi pari a :

$$z_{cc}^1 = R_{cc} + j X_{cc} = 0.441 + j0.2303 = 0.4975 e^{j27.57^\circ}$$

Il valore della impedenza di conto circuito il pu risulta pari a 0.0308 che mi rappre-

senta anche il valore della tensione di corto circuito in pu V_{cc}^{pu} . Il valore del fattore di potenza di corto circuito $\cos\varphi_{cc}$ risulta pari a 0.886 .

Abbiamo quindi definito tutti i dati del trasformatore in esame:

Potenza Nominale: 3000 [VA]
Tensione Nominale primaria: 220 [V]
Tensione Nominale secondaria: 40 [V]
frequenza Nominale: 50 [Hz]
Corrente a vuoto: 8.39 [%]
Potenza a Vuoto: 1.33 [%]
Tensione di corto circuito: 3.08 [%]
Potenza di corto circuito: 2.74 [%]